ECONOMIES' HORIZONS
Економічні горизонти

DOI: doi.org/10.31499/2616-5236
Homepage: http://eh.udpu.edu.ua

ISSN 2522-9273 (print) 2616-5236 (online)

UDC: 330.34.01

JEL Classification C31, O11, O41

DOI: 10.31499/2616-5236.4(33).2025.342888

Sergii Poznyak, *Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman Postgraduate student Department of Artificial Intelligence, Modeling, and Statistics Institute of Information Systems in Economics*

Yurii Kolyada, *Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman Doctor of Economics, Associate Professor, Professor Department of Mathematical Modeling and Statistics*

ПОКООРДИНАТНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ РИЗИК НА ОСНОВІ МОДЕЛЕЙ ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ

COORDINATED ECONOMIC RISK BASED ON ECONOMIC GROWTH MODELS

Анотація: *Досліджено теоретичні засади й практичні підходи до визначення стаціонарного стану економіки, траєкторії зростання та оцінки економічного ризику. В умовах глобальної нестабільності обґрунтовано методи визначення рівноважного стану й факторів відхилення розвитку. Використано ортодоксальні та авторські моделі динаміки. Запропоновано кількісну оцінку ризику через інтервал капіталомісткості, що відображає стійкість економіки. Визначено наслідки високого ризику для інвестиційного клімату та стабільності.*

Abstract: *The paper examines the theoretical and methodological foundations and practical approaches to determining the steady state of the economy, analyzing the trajectory of economic growth, and assessing the associated economic risk. In the context of global financial instability, increasing structural distortions, and internal macroeconomic imbalances, it is particularly important to develop scientifically sound approaches to determining the equilibrium state of the system. This allows for the timely identification of factors that cause deviations in the actual development trajectory from the theoretically optimal one, and for the assessment of potential risks to the economic security of the state. A steady state is seen as the ultimate goal of the transition process, toward which the economic system is moving under the influence of basic macro*

parameters: savings rates, population growth rates, capital depreciation, technological progress, and investment efficiency. Its achievement indicates consistency between the factors of production and the rate of resource accumulation, which ensures stable long-term growth without significant fluctuations. To model economic dynamics, both orthodox one-dimensional models and the author's multidimensional system of equations were used, taking into account the interaction between sectors, time lags, and the investment behavior of entities. This approach allows for a deeper exploration of the nonlinear nature of economic processes and identification of factors that influence deviations from equilibrium. A method for quantitative measurement of economic risk based on the analysis of the interval of capital intensity estimates over time is proposed, which allows tracking the stability of the economy to external and internal shocks. A mechanism for identifying a numerical measure of risk based on the behavior of the development trajectory has been developed, which makes it possible to predict the consequences of macroeconomic fluctuations. It has been determined that a high level of risk reduces investment attractiveness, weakens labor productivity, and undermines socio-economic stability. The results obtained can be used to improve the macroeconomic forecasting system, increase the effectiveness of state growth policy, and ensure the long-term stability of the economic system.

Keywords: *economic growth, steady state of the economy, economic development trajectory, economic risk, co-ordinate risk, upper and lower limits of economic growth, economic growth models, one-dimensional and multidimensional models, exogenous and endogenous models*

Ключові слова: *економічне зростання, стаціонарний стан економіки, траєкторія економічного розвитку, економічний ризик, покоординатний ризик, верхня та нижня межа економічного зростання, моделі економічного зростання, одновимірні та багатовимірні моделі, екзогенні та ендогенні моделі*

Вступ. Етимологія економічного ризику досить повно викладено в праці [1]. У сучасних умовах (глобальної нестабільності, посилення економічних викликів тощо) превентивне оцінювання сталого економічного зростання набуває особливої актуальності. Від здатності економіки підтримувати оптимальний рівень виробництва та адаптуватися до внутрішніх і зовнішніх шоків Адже від цього залежить як добробут суспільства, так і перспектива (середньо- чи довгострокова) конкурентоспроможності країни. Нелінійна динаміка економічної еволюції супроводжується різного роду флуктуаціями, структурними змінами та різноманітними ризиками, внаслідок чого перехідний процес до стаціонарного стану може суттєво гальмуватися або значно відхилятися від точки рівноваги.

Дослідження рівноважного стану, як окремого випадку динамічної траєкторії руху

економічної системи та її ризиків є надзвичайно важливим для формування ефективної макроекономічної політики, спрямованої на забезпечення стійкості й передбачуваності економічного зростання у середньо- та довгостроковій перспективі. Це особливо актуально для країн з економіками, що розвиваються, бо їхня вразливість від зовнішніх шоків, коливань світових ринків, фінансової нестабільності та внутрішніх структурних дисбалансів може швидко призвести до втрати макроекономічної рівноваги та загострення соціально-економічних проблем.

Розуміння природи стаціонарного стану дозволяє ідентифікувати основоположні обмеження економічної системи, визначити її потенціал щодо стійкого зростання та оцінити, наскільки поточна траєкторія розвитку відповідає рівноважним параметрам. Аналіз факторів, що відхиляють економіку від стаціонарного стану, а також ризиків, які посилюють коливання макроекономічних показників, надає підґрунтя для розроблення дієвих механізмів запобігання кризам і пом'якшення їхніх наслідків.

У статті проаналізовано ключові теоретичні та методичні підходи до визначення стаціонарного стану економіки, розкрито механізми впливу як внутрішніх, так і зовнішніх факторів на траєкторію економічного зростання, а також проведено комплексну оцінку ризиків, що супроводжують ці процеси. Отримані результати мають важливе практичне значення для удосконалення прогнозних моделей, підвищення точності економічних прогнозів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Останні дослідження все частіше присвячені кількісній оцінці стабільного зростання за допомогою сучасних економетричних методів. Наприклад, Колшин і Накадзіма [2] використовують структурну VAR-модель із змінними в часі параметрами для оцінки реальних темпів зростання основних економік, демонструючи зниження стабільного зростання ВВП США з понад 3 % у 1990-х роках до приблизно 2,4 % у 2019 році. Цей об'єктивний орієнтир підкреслює наявність стійкого спаду та потенційного ризику, що виникає внаслідок відхилень між спостережуваним обсягом виробництва та оціненим рівноважним станом.

У галузі багатовимірної кількісної оцінки ризиків Матутінович та ін. [3] пропонують імітаційну модель, що відображає теоретичні умови для глобальної економіки в стані рівноваги, зосереджуючись на тому, як економічні траєкторії реагують на системні обмеження. Доповнюючи це, робота МВФ з модельної оцінки ризиків [4] будує прогнозні розподіли макроекономічних змінних з використанням нелінійних структурних моделей, враховуючи ризики зниження та

асиметрію в прогнозах зростання. Ці підходи тісно узгоджуються з нашою запропонованою структурою для відстеження відхилень за допомогою інтервалів капіталомісткості та кількісної оцінки економічної стійкості.

Інші нещодавні дослідження включають емпіричний аналіз факторів сталого зростання. У роботі Вана та ін. [5] досліджуються розвинені економіки і робиться висновок, що споживання відновлюваної енергії та науковий прогрес значно сприяють сталому зростанню ВВП, з оцінками еластичності відповідно 0,12 % та 0,35 %. Крім того, Клімек, Поледна та Турнер [6] вводять поняття вразливості вхідних і вихідних даних як показник нерівноважної стійкості, демонструючи, що вразливість окремих секторів покращує прогнози економічного відновлення після шоків. Ці дослідження підкреслюють важливість багатовимірних показників – енергетичної, технологічної та структурної стійкості – для розуміння відхилень від стабільного стану та їхніх політичних наслідків.

Постановка проблеми. Незважаючи на широкі дослідження в галузі моделювання економічного зростання, деякі аспекти залишаються недостатньо вивченими. По-перше, практична інтеграція концепції стабільного стану з реальними траєкторіями розвитку часто обмежується суто теоретичними рамками без механізму емпіричної ідентифікації відхилень. Класичні одновимірні моделі дають абстрактне розуміння довгострокової рівноваги, але не розкривають багатовимірну природу економічної динаміки в умовах глобальної нестабільності та постійних внутрішніх дисбалансів.

Крім того, існуюча література рідко пропонує надійні кількісні показники економічного ризику, пов'язаного з відхиленнями від стаціонарного стану. Хоча в багатьох дослідженнях визнається наявність факторів ризику, їм часто бракує підходу до оцінки ступеня ризику на основі динамічної поведінки капіталомісткості економіки та інших фундаментальних параметрів у часі. Ця прогалина обмежує практичну застосовність моделей зростання для макроекономічного прогнозування та управління ризиками.

Нарешті, взаємозв'язок між визначеним рівнем економічного ризику та його наслідками для інвестиційного клімату, зростання продуктивності та соціально-економічної стабільності залишається недостатньо дослідженим. Попередні дослідження не встановлюють достатнього зв'язку між відхиленнями в траєкторії розвитку та конкретними результатами для економічної стійкості. Це дослідження розглядає ці невирішені аспекти, пропонуючи підхід до кількісної оцінки ризику, заснований на поведінці траєкторії, тим самим поєднуючи теоретичні конструкти з практичним економічним аналізом.

Метою є розробка та обґрунтування методологічної основи для оцінки стабільного стану економіки, аналізу траєкторії економічного зростання та кількісної оцінки пов'язаного з цим економічного ризику. Шляхом інтеграції ортодоксальних моделей зростання з оригінальною багатовимірною системою рівнянь, дослідження має на меті визначити фундаментальні параметри, що визначають довгострокову рівновагу, та запропонувати практичний підхід до вимірювання відхилень від неї.

Виклад матеріалу. Основні поняття. Стаціонарний стан розвитку економіки — це такий рівноважний стан економічної системи, за якого основні макроекономічні показники (обсяг виробництва, капітал і споживання у розрахунку на душу населення тощо) з часом залишаються стабільними, тобто перебувають у фіксованих межах, навіть коли загальний рівень виробництва зростає відповідно до темпів приросту населення або технічного прогресу. Іншими словами, економіка у стаціонарному стані рухається по сталій траєкторії розвитку, за якої темпи накопичення капіталу повністю компенсують його амортизацію та забезпечують необхідний рівень ресурсів для нових поколінь.

Досягнення стаціонарного стану залежить від багатьох факторів. Найважливішими серед них є рівень заощаджень та інвестицій, що визначає можливості для нагромадження капіталу, темп приросту населення, який впливає на розподіл вироблених благ і ресурсів на душу населення, а також темп технологічного прогресу, що підвищує продуктивність праці та ефективність використання ресурсів. Важливу роль відіграє норма амортизації, яка характеризує швидкість зношування основних фондів, а також інституційні та політичні умови, що створюють сприятливе середовище для стабільного економічного розвитку і мінімізації економічних ризиків.

Для оцінки стаціонарного стану застосовують низку класичних і сучасних економічних моделей. Найбільш відомою є модель Солоу-Свона, яка пояснює, як заощадження, приріст населення та технологічний прогрес взаємодіють і визначають рівноважний рівень капіталу та виробництва на душу населення. Модель Мен'ю-Ромера-Вейла доповнює цю концепцію введенням людського капіталу як окремого фактора виробництва, що дозволяє краще враховувати якісні характеристики робочої сили та пояснювати відмінності у рівнях доходів між різними країнами. Водночас модель Ремсі-Касса-Купманса пропонує ендогенний підхід до моделювання економічного зростання, розглядаючи рішення домогосподарств щодо міжчасового розподілу споживання та заощаджень, що дає змогу більш глибоко зрозуміти механізми досягнення стаціонарного стану. Окрім цих моделей, використовуються й інші

модифікації, які враховують вплив відкритості економіки, роль державного сектора, структурні зміни та зовнішні шоки, що дозволяє гнучко оцінювати рівноважний стан і розробляти обґрунтовану економічну політику для забезпечення стійкого економічного розвитку.

Траєкторія економічного зростання — це послідовність змін основних макроекономічних показників у часі, яка відображає рух економіки рух від початкового стану до кінцевого - стаціонарного або рівноважного стану. Іншими словами, це динамічний шлях, яким економічна система поступово наближається до свого стаціонарного стану, визначуваного такими фундаментальними параметрами, як норма заощадження, темп приросту населення, рівень технологічного прогресу та амортизація капіталу. Траєкторія економічного зростання показує, як змінюються обсяги виробництва, капіталу та споживання на душу населення у процесі переходу від одного стану до іншого, з урахуванням зовнішніх впливів і внутрішніх структурних змін.

У коротко- та середньостроковій перспективі траєкторія економіки може істотно відхилятися від стаціонарного стану через циклічні коливання, шоки попиту чи пропозиції, зміни інвестиційної активності або вплив економічної політики. Однак у довгостроковій перспективі економіка, як правило, прагне повернутися на рівноважну траєкторію, якщо немає значних порушень у фундаментальних параметрах.

Моделі економічного зростання дозволяють теоретично описати не лише сам стаціонарний стан, а й весь процес його досягнення, визначаючи форму траєкторії зближення або віддалення від рівноважного рівня. Зокрема, моделі [7-16] демонструють, як економіка, що стартує з низького рівня капіталу, швидко зростає завдяки високій граничній продуктивності капіталу, а з наближенням до стаціонарного стану темпи зростання поступово уповільнюються.

Ризик економічного зростання — це числова міра,, інколи ймовірність того, що фактична траєкторія розвитку економіки відхилиться від запланованого або прогнозованого рівня зростання через дію несприятливих внутрішніх чи зовнішніх факторів. Інакше кажучи, ризик зростання відображає ступінь невизначеності щодо досягнення стабільних темпів економічного розвитку та збереження економіки на траєкторії, що веде до стаціонарного або рівноважного стану.

На рівень ризику економічного зростання впливають як зовнішні, так і внутрішні фактори. До зовнішніх факторів належать глобальні економічні шоки, коливання цін на сировину та енергоносії, зміни кон'юнктури світових ринків, міжнародна фінансова нестабільність, геополітична напруженість і

торговельні конфлікти. До внутрішніх факторів відносяться макроекономічні дисбаланси, неефективна структура виробництва, низький рівень інновацій та технологічного розвитку, нестабільна політична ситуація, слабкі інститути та корупція. Важливе значення мають також фактори, пов'язані з демографічною динамікою, якістю трудових ресурсів і доступністю капіталу для інвестицій.

Високий ступінь (рівень) ризику економічного зростання має низку негативних наслідків для економіки, що проявляються як у короткостроковій, так і в довгостроковій перспективі. Передусім він призводить до підвищеної мінливості макроекономічних показників: темпи зростання ВВП стають нестабільними, посилюється циклічність розвитку, зростає імовірність різких спадів і затяжних криз. Це негативно впливає на інвестиційний клімат, оскільки підвищена невизначеність зменшує схильність підприємств і домогосподарств до інвестицій та довгострокового планування. У результаті скорочується обсяг капіталовкладень, уповільнюється оновлення виробничих потужностей і впровадження інновацій, що у свою чергу погіршує продуктивність праці та конкурентоспроможність економіки.

Крім того, високий рівень ризику супроводжується зростанням витрат на фінансування економіки: банки та інвестори закладають премію за ризик у процентні ставки та вимоги до прибутковості проектів. Це ускладнює доступ до кредитів та інвестиційних ресурсів, особливо для малого й середнього бізнесу. У соціальному вимірі нестабільне економічне зростання може призвести до зниження доходів населення, збільшення безробіття та погіршення якості життя, що підсилює соціальну напруженість і недовіру до влади.

Ідентифікувати високий рівень ризику можна шляхом аналізу траєкторії економічного розвитку. Основними ознаками є часті та різкі коливання показників зростання виробництва, відсутність чіткої тенденції до зближення з рівноважним або стаціонарним станом, постійні відхилення фактичних показників від прогнозованих рівнів і тенденція до зниження стабільності капіталовкладень та обсягів споживання. Якщо траєкторія економіки характеризується повторюваними циклами буму та спаду без ознак тривалого вирівнювання, це свідчить про наявність високих внутрішніх або зовнішніх ризиків.

Методологія дослідження: **Використання ортодоксальних (одновимірних) динамічних моделей.** Для моделювання економічного зростання будемо послідовно розглядати моделі Солоу-Свона [7-9], Ремсі-Касса-Купманса [10-12], Менк'ю-Ромера-Вейла [13],та авторську модель, яка описана в [10-16].

Нелінійна модель економічного зростання Солоу, була розроблена в 1957 році [7-9].

Для неї як основу було взято виробничу функцію Кобба-Дугласа, де економіка описувалася за допомогою двох факторів: капіталу та праці. Формула рівняння наступна:

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}, (1)$$

де α та β є коефіцієнтами еластичності зміни капіталу та праці відповідно, а коефіцієнт А відповідає за технічний прогрес. Додатковими припущеннями моделі є такі положення: капіталомісткість k=K/L не залишається сталою, як це передбачається у кейнсіанських підходах, а змінюється залежно від макроекономічних умов у країні; ціни, товари, послуги та ресурси формуються ринковим механізмом; темпи приросту трудових ресурсів відповідають середньому темпу зростання населення, проте зміни рівня заробітної плати не враховано у динаміці. Передбачається також, що на початковому етапі відсутні як приріст населення, так і технічний прогрес. При цьому параметри норми заощадження, амортизації, технічного прогресу, еластичності капіталу та праці, а також темпи зростання населення вважаються сталими, хоча у реальних умовах вони змінюються з часом. [7-9]

Остаточно рівняння Солоу приймає вигляд:

$$k^{\bullet} = sAk^{\alpha} - (d+n)k,\ \ k_0 = k(t_0), (2)$$

де змінна k=k(t) відповідає капіталомісткості, $k^{\bullet} = \frac{dk}{dt}$ – перша її похідна; коефіцієнт s – норма накопичування капіталу; константи А та α належать функції Кобба-Дугласа, відповідно А відображає непрямі витрати, а величина α є еластичністю; коефіцієнт, d – ступінь вибуття капіталу, n – середній темп зростання зайнятого населення.

У моделі Солоу стаціонарний стан означає таку рівновагу, за якої обсяг капіталу на душу населення залишається незмінним у часі, оскільки приріст капіталу в результаті інвестицій точно компенсується його амортизацією та потребами, що виникають через приріст населення. У цьому стані темпи економічного зростання обумовлюються лише темпами приросту населення та темпами екзогенного технічного прогресу, тоді як на рівні одного працівника виробництво й капітал стабілізуються на постійному рівні. Стаціонарний стан у моделі Солоу визначається фундаментальними параметрами: нормою заощадження, темпом приросту населення, нормою амортизації та рівнем технологічного розвитку. Саме до цього стану економіка прагне у довгостроковій перспективі, а відхилення від нього поступово згладжуються завдяки механізму вирівнювання через зміну граничної продуктивності капіталу. Стаціонарний стан відповідає виразу:

$$k^{*} = \left[\frac{sA}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. (3)$$

s – чим більша частка заощадження, тим більше ресурсів для інвестицій - більш стійкий капітал; А – рівень технологій: чим

ефективніше виробництво, тим більше можна виробити на одиницю капіталу; d+n – «тягар», який треба покривати інвестиціями. Таким чином, дріб $\frac{sA}{d+n}$ є чиста норма інвестування на одного ефективного працівника, яка покриває втрати і приріст. Зауваження: величина дробу зростає, коли збільшується чисельник, і зменшується з ростом знаменника. Це баланс між тим, скільки економіка інвестує (через заощадження і технологію) і тим, скільки потрібно, щоб компенсувати знос, приріст населення та технічний прогрес. Чим більша норма заощадження або технологія — тим вищий стаціонарний капітал. Чим більший знос, приріст населення або темп технологічного прогресу — тим нижчий стійкий капітал.

Інтегруванням диференціального рівняння (2) записується його аналітичний розв'язок:

$$k(t) = \left[(k_0^{1-\alpha} - \frac{sA}{d+n})e^{-(d+n)t} + \frac{sA}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (4)$$

Рівняння (4) також можна переписати як:

$$k(t) = \left[(k_0^{1-\alpha} - k^{*1-\alpha})e^{-(d+n)t} + k^{*1-\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (5)$$

Або:

$$k(t) = \left[(k_0^{1-\alpha}e^{-(d+n)t} + k^{*1-\alpha}(1 - e^{-(d+n)t})\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad (6)$$

де $k_0^{1-\alpha}$ – відповідає за початковий рівень капіталомісткості, який скоригований на еластичність, $k^{*1-\alpha}$ – відповідає за стаціонарний рівень капіталомісткості, що також скоригована на еластичність ($k_0^{1-\alpha}$-$k^{*1-\alpha}$) – означає початкове відхилення від стаціонарного стану, $e^{-(d+n)t}$ – швидкість зближення до стаціонарного стану.

Розрахунок економічного ризику на основі капіталомісткості передбачає використання інтервалу оцінок цього показника для поточного періоду часу. Для цього потрібно визначити очікувану верхню межу $k(t)^i_{max}$ та нижню межу $k(t)^i_{min}$, що відображають відповідно найбільш оптимістичний та песимістичний сценарії рівня капіталомісткості. Сам економічний ризик у такому підході оцінюється як відносний розмах цього інтервалу щодо його середини і визначається формулою:

$$R^i = \frac{k(t)^i_{max} + k(t)^i_{min}}{(k(t)^i_{max} - k(t)^i_{min})/2}. \quad (7)$$

Чинник (7) демонструє ступінь невизначеності у значенні капіталомісткості у заданий момент часу. Чим ширший розрив між верхньою та нижньою оцінками, тим вищим є ризик економічного розвитку, оскільки це вказує на більшу мінливість або непередбачуваність ресурсного забезпечення одного працівника. Такий метод дозволяє кількісно вимірювати ризик як функцію розкиду прогнозів ключового параметра моделі зростання і використовується для оцінки надійності економічних прогнозів

та розробки політики з урахуванням імовірних коливань.

Очікувану верхню межу можна розрахувати як:

$$k(t)_{max} = \left[(k_0^{1-\alpha})e^{-(d+n)t} + \frac{sA}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (8)$$

У формулі (8) перший доданок відображає, як початковий рівень капіталомісткості зменшується з часом через амортизацію капіталу та приріст населення. Чим довший проміжок часу та вищі d та n, тим швидше цей ефект зменшує внесок початкового капіталу. Другий доданок відображає рівноважний внесок заощаджень та продуктивності у підтримку капіталу на одного працівника. Це «стаціонарна» частина, до якої прагне капіталомісткість у довгостроковій перспективі. Вона показує баланс між інвестиціями, що фінансуються заощадженнями, та втратами капіталу через амортизацію і приріст населення. Таким чином, формула (8) показує максимально можливий рівень капіталомісткості на одного працівника за ідеальних умов — тобто коли економіка повністю реалізує потенціал заощаджень і не стикається з жодними негативними відхиленнями чи шоками.

Очікувана нижня межа знаходиться за рівнянням:

$$k(t)_{min} = \left[(k_0^{1-\alpha} - \frac{sA}{d+n})e^{-(d+n)t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (9)$$

Формула (9) описує сценарій, коли економіка розвивається за менш сприятливих умов порівняно з базовим або «оптимістичним» сценарієм. На відміну від формули верхньої межі, де другий доданок із заощадженнями додається і «тягне» капіталомісткість угору, тут він віднімається, що показує, що фактичний рівень інвестицій чи їх ефективність може бути нижчим за розрахунковий максимум. Зокрема, вираз у дужках ($k_0^{1-\alpha} - \frac{sA}{d+n}$) означає, що початковий рівень капіталомісткості частково «скориговано вниз» на величину рівноважного внеску заощаджень. Це економічно відповідає ситуації, коли частина потенційних інвестиційних ресурсів не реалізується через різні причини – низьку ефективність фінансового ринку, втрати внаслідок інституційних проблем або зовнішніх шоків. Множення на експоненту $e^{-(d+n)t}$ показує, як цей знижений запас капіталу ще й додатково зменшується у часі під впливом амортизації та приросту населення. Отже, формула описує траєкторію руху капіталомісткості за мінімально можливим сценарієм — за умов, коли економіка не в змозі повністю компенсувати зношування капіталу і зростання населення за рахунок власних заощаджень.

Враховуючи формули (8) та (9) ризик економічного зростання для моделі Солоу можна визначити за формулою:

$$R = \frac{\left[(k_0^{1-\alpha})e^{-(d+n)t}+\frac{sA}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}+\left[(k_0^{1-\alpha}-\frac{sA}{d+n})e^{-(d+n)t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}}{(\left[(k_0^{1-\alpha})e^{-(d+n)t}+\frac{sA}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}-\left[(k_0^{1-\alpha}-\frac{sA}{d+n})e^{-(d+n)t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}})/2}. \quad (10)$$

Але з урахуванням нерівності $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ для додатних чисел a,b матиме місце наближена оцінка міри ризику:

$$R \leq \sqrt{\frac{\left[(k_0^{1-\alpha})e^{-(d+n)t}+\frac{sA}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\left[(k_0^{1-\alpha}-\frac{sA}{d+n})e^{-(d+n)t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}}}. \quad (11)$$

Або:

$$R \leq \left[\frac{(k_0^{1-\alpha})e^{-(d+n)t}+\frac{sA}{d+n}}{(k_0^{1-\alpha}-\frac{sA}{d+n})e^{-(d+n)t}}\right]^{\frac{1}{2(1-\alpha)}}. \quad (12)$$

Модель Менк'ю-Ромера-Вейла [13] є, по-суті, модифікацією моделі Солоу з додаванням людського капіталу (H). Таким чином, виробнича функція записується так:

$$Y = AK^{\alpha}H^{\beta}L^{1-\alpha-\beta}, \quad (13)$$

а сама динамічна модель приймає вигляд системи диференціальних рівнянь

$$k^{\bullet} = s_k A k^{\alpha} h^{\beta} - (d+n)k, \;\; k_0 = k(t_0),$$
$$h^{\bullet} = s_h A k^{\alpha} h^{\beta} - (d+n)h, \;\; h_0 = h(t_0), \quad (14)$$

де s_k – норма накопичення фізичного капіталу, а s_h- норма накопичення людського капіталу, h – людський капітал на одиницю праці.

Стаціонарний стан для капіталомісткості виробництва у моделі можна знайти як:

$$k^* = \left[(\frac{s_k}{s_h})^{\beta}\frac{s_k A}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \quad (15)$$

а для запасів людського капіталу на одиницю праці:

$$h^* = \left[(\frac{s_h}{s_k})^{\alpha}\frac{s_h A}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}, \quad (16)$$

Інтегрувавши систему (14), можна отримати аналітичні розв'язки для k(t) і h(t) відповідно:

$$k(t) = \left[(k_0^{1-\alpha-\beta} - \frac{(s_k+s_h)A}{d+n})e^{-(d+n)t} + \frac{(s_k+s_h)A}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}; \quad (17)$$

$$h(t) = \left[(h_0^{1-\alpha-\beta} - \frac{(s_k+s_h)A}{d+n})e^{-(d+n)t} + \frac{(s_k+s_h)A}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}. \quad (18)$$

Подальші розрахунки наводяться в таблиці 1.

Таблиця 1

Показник	***Нижня межа***	***Верхня межа***
k	$\left[(k_0^{1-\alpha-\beta} - \frac{(s_k+s_h)A}{d+n})e^{-(d+n)t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$	$\left[(k_0^{1-\alpha-\beta})e^{-(d+n)t} + \frac{(s_k+s_h)A}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$
h	$\left[(h_0^{1-\alpha-\beta} - \frac{(s_k+s_h)A}{d+n})e^{-(d+n)t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$	$\left[(h_0^{1-\alpha-\beta})e^{-(d+n)t} + \frac{(s_k+s_h)A}{d+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$

Тоді наближений ризик буде розраховуватися за формулами:

$$R_k \leq \left[\frac{(k_0^{1-\alpha-\beta})e^{-(d+n)t}+\frac{(s_k+s_h)A}{d+n}}{(k_0^{1-\alpha-\beta}-\frac{s(s_k+s_h)A}{d+n})e^{-(d+n)t}}\right]^{\frac{1}{2(1-\alpha-\beta)}}, (19)$$

та:

$$R_h \leq \left[\frac{(h_0^{1-\alpha-\beta})e^{-(d+n)t}+\frac{(s_k+s_h)A}{d+n}}{(h_0^{1-\alpha-\beta}-\frac{s(s_k+s_h)A}{d+n})e^{-(d+n)t}}\right]^{\frac{1}{2(1-\alpha-\beta)}}, (20)$$

для запасів фізичного та людського капіталів на одиницю працю відповідно.

Модель Ремсі-Касса-Купманса [10-12] має в основі аналогічну виробничу функцію як (1). Її основну формулу можна виразити через систему рівнянь:

$$k^{\bullet} = Ak^{\alpha} - c - (d+n)k,\ \ k_0 = k(t_0),$$
$$c^{\bullet} = \frac{1}{\theta}(\alpha Ak^{\alpha-1} - r - \rho)c,\ \ c_0 = c(t_0), (21)$$

де θ – постійна еластичність заміщення r – швидкість зменшення активів на одиницю праці, ρ – коефіцієнт міжчасової переваги споживача.

Стаціонарний стан для капіталомісткості рівний:

$$k^* = \left[\frac{\alpha A}{r+\rho}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, (22)$$

а для споживання на одиницю праці:

$$c^* = A\left[\frac{\alpha A}{r+\rho}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - (n+d)\left[\frac{\alpha A}{r+\rho}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, (23)$$

Аналітичний розв'язок моделі Ремсі-Касса-Купманса у загальному вигляді (мається на увазі повний закритий розв'язок) неможливо отримати через її суттєву нелінійність і взаємозалежність динаміки капіталу та споживання: рівняння моделі утворюють нелінійну систему диференціальних рівнянь, де зміна споживання залежить від граничної продуктивності капіталу, а зміна капіталу — від рівня поточного споживання. Така система не має замкнутого розв'язку у вигляді елементарних функцій для довільних початкових умов і параметрів, тому в практиці використовують або стаціонарні характеристики, або чисельне інтегрування для аналізу траєкторій зближення до рівноваги.

Формально розв'язок можна записати як нелінійний інтеграл:

$$\int \frac{dc}{c} = \int \frac{\frac{1}{\theta}(\alpha Ak^{\alpha-1}-r-\rho)c}{Ak^{\alpha}-c-(d+n)k}dk. (24)$$

Проте, якщо згадати, що c – екзогенна змінна та записати її як c_ik, де c_i=c/k, то стаціонарний стан можна знайти за формулою:

$$k^* = \left[\frac{A}{d+n+c_i}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. (25)$$

Тоді аналітичним розв'язком буде:

$$k(t) = \left[(k_0^{1-\alpha} - \frac{A}{d+n+c_i})e^{-(d+n+c_i)t} + \frac{A}{d+n+c_i}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. (26)$$

А верхньою та нижньою межами стануть вирази:

$$k(t)_{max} = \left[(k_0^{1-\alpha})e^{-(d+n+c_i)t} + \frac{A}{d+n+c_i}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad (27)$$

та

$$k(t)_{min} = \left[(k_0^{1-\alpha} - \frac{A}{d+n+c_i})e^{-(d+n+c_i)t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (28)$$

Відповідно до формул (27) та (28) наближено числова міра економічного ризику обчислюється за формулою:

$$R \leq \left[\frac{(k_0^{1-\alpha})e^{-(d+n+c_i)t} + \frac{A}{d+n+c_i}}{(k_0^{1-\alpha} - \frac{A}{d+n+c_i})e^{-(d+n+c_i)t}}\right]^{\frac{1}{2(1-\alpha)}}. \quad (29)$$

Використання авторської моделі економічного зростання. Для зазначеної моделі [15-16] основними факторами виробництва є приватний капітал K_{pr}, публічний капітал K_{gov}, людський капітал (знання) H, праця L та змінний фактор R. Змінний фактор R у односекторній виробничій моделі відповідає за фактор землі N. Використовується модифікована функція Кобба-Дугласа вигляду:

$$Y_p = AK_{pr}{}^{\alpha}K_{gov}{}^{\beta}H^{\gamma}N^{\varphi}L^{1-\alpha-\beta-\gamma-\varphi}, \quad (30)$$

де α – це коефіцієнт еластичності приватного капіталу, β – коефіцієнт еластичності публічного капіталу, γ – коефіцієнт еластичності людського капіталу, φ – еластичність змінного фактору, у даному випадку – землі.

Капітал у моделі поділено на приватний і публічний, що дозволяє більш точно враховувати відмінності у функціях і ролі кожного з цих секторів у процесі економічного зростання. Інвестування здійснюється через сукупні накопичення, які відображають здатність економіки ефективно спрямовувати ресурси на розвиток. Таким чином, динаміку капіталу можна описати через три ключові показники: капіталомісткість приватного сектору, яка визначає обсяг приватних інвестицій; капіталомісткість публічного сектору, що характеризує вкладення у державну інфраструктуру та суспільні блага; і сукупні заощадження на одиницю праці, які виступають базовим джерелом інвестування в економіці. Такий підхід дозволяє глибше дослідити взаємозв'язки між приватними й державними інвестиціями, а також їхній спільний вплив на ефективність використання праці та довгострокове економічне зростання.

Інноваційний сектор генерує нові знання за виробничою функцією:

$$\Delta H = BK_{rd}{}^{\upsilon}L_{rd}{}^{1-\upsilon}, \quad (31)$$

де K_{rd} – капітал, залужений в інноваційному секторі, L_{rd} – праця, залучена в інноваційному секторі, υ – еластичність капіталу в інноваційному секторі. Загальний капітал в економіці K_{full} можна знайти за формулою: $K_{full} = K_{rd} + K_{pr} + K_{gov}$, аналогічно з працею: $L_{full} = L_{rd} + L$.

Повна односекторна багатовимірна модель у загальному вигляді:

$$\begin{cases} k_{pr}^{\bullet} = i_{in} + i_f - (d_{pr} + n)k_{pr}, \\ k_{gov}^{\bullet} = g - (d_{gov} + n)k_{gov} + tx, \\ m^{\bullet} = sAk_{pr}^{\alpha}k_{gov}^{\beta}h^{\gamma}n_N^{\varphi} - (g + nm + i_{in} + i_{out}), \\ h^{\bullet} = Bk_{rd}^{\upsilon}l - nh, \end{cases} \quad (32)$$

де k_{pr} – капіталомісткість приватного сектору, d_{pr} – коефіцієнт амортизації приватного капіталу, n – середній темп зростання зайнятої робочої сили, i_{in} – внутрішні інвестиції на одиницю праці, i_f – іноземні інвестиції на одиницю праці, k_{gov} – капіталомісткість публічного сектору, g – податки на одиницю праці, d_{gov} – коефіцієнт амортизації для публічного капіталу, tx – чисті державні міжнародні трансферти, m – сукупні заощадження на одиницю праці, s – норма накопичення, n_N – фактор землі на одиницю праці, i_{out} – зовнішні інвестиції на одиницю праці.

При умові, що i_{in}, i_{out}, i_f, tx, k_{rd} та g будуть екзогенними, то їх стаціонарні величини будуть такими, як у таблиці 2.

Таблиця 2

k_{pr}^{*}	k_{gov}^{*}	m^{*}	h^{*}
$\left[\frac{i_{in}^{*} + i_f^{*}}{d_{pr} + n}\right]$	$\left[\frac{g^{*} + tx^{*}}{d_{gov} + n}\right]$	$\left[\frac{sAk_{pr}^{*\alpha}k_{gov}^{*\beta}h^{*\gamma}n_N^{\varphi} - (g^{*} + i_{in}^{*} + i_{out}^{*})}{n}\right]$	$\left[\frac{Blk_{rd}^{*\upsilon}}{n}\right]$

Наступним етапом знайдемо усі аналітичні розв'язки компонент моделі, при аналогічній умові про екзогенні параметри i_{in}, i_{out}, i_f, tx, k_{rd} та g таблиці 3.

Таблиця 3

Показник	***Формула***
$k_{pr}(t)$	$\left[(k_{pr\,0} - \frac{i_{in}^{*} + i_f^{*}}{d_{pr} + n})e^{-(d_{pr}+n)t} + \frac{i_{in}^{*} + i_f^{*}}{d_{pr} + n}\right]$
$k_{gov}(t)$	$\left[(k_{gov\,0} - \frac{g^{*} + tx^{*}}{d_{pr} + n})e^{-(d_{gov}+n)t} + \frac{g^{*} + tx^{*}}{d_{gov} + n}\right]$
$m(t)$	$e^{-nt}\left[m_0 + \int_0^t (sAk_{pr}^{\alpha}k_{gov}^{\beta}h^{\gamma}n_N^{\varphi} - (g + nm + i_{in} + i_{out}))e^{-nr}dr\right]$
$h(t)$	$\left[(h_0 - \frac{Blk_{rd}^{*\upsilon}}{n})e^{-nt} + \frac{Blk_{rd}^{*\upsilon}}{n}\right]$

Нижні та верхні межі можна знайти за формулами у таблиці 4.

Таблиця 4

Показник	***Нижня межа***	***Верхня межа***
$k_{pr}(t)$	$\left[(k_{pr\,0} - \frac{i_{in}^{*} + i_f^{*}}{d_{pr} + n})e^{-(d_{pr}+n)t}\right]$	$\left[k_{pr\,0}e^{-(d_{pr}+n)t} + \frac{i_{in}^{*} + i_f^{*}}{d_{pr} + n}\right]$
$k_{gov}(t)$	$\left[(k_{gov\,0} - \frac{g^{*} + tx^{*}}{d_{pr} + n})e^{-(d_{gov}+n)t}\right]$	$\left[k_{gov\,0}e^{-(d_{gov}+n)t} + \frac{g^{*} + tx^{*}}{d_{gov} + n}\right]$

Продовження Таблиці 4

$m\,(t)$	$e^{-nt}\left[m_0+\int_0^t (sAk_{pr}{}^{\alpha}k_{gov}{}^{\beta}h^{\gamma}n_N{}^{\varphi} - (g+nm+i_{in}+i_{out}))e^{-nr}dr\right]-m^*$	$e^{-nt}\left[m_0+\int_0^t (sAk_{pr}{}^{\alpha}k_{gov}{}^{\beta}h^{\gamma}n_N{}^{\varphi} - (g+nm+i_{in}+i_{out}))e^{-nr}dr\right]+e^{-nt}m^*$
$h\,(t)$	$\left[(h_0-\frac{Blk_{rd}{}^{*\upsilon}}{n})e^{-nt}\right]$	$\left[h_0e^{-nt}+\frac{Blk_{rd}{}^{*\upsilon}}{n}\right]$

Наближений ступінь ризику розраховуватиметься за формулами в табл. 5.

Таблиця 5

Показник	***Формула***
$R(k_{pr})$	$\sqrt{\frac{\left[k_{pr\,0}e^{-(d_{pr}+n)t}+\frac{i_{in}{}^*+i_f{}^*}{d_{pr}+n}\right]}{\left[(k_{pr\,0}-\frac{i_{in}{}^*+i_f{}^*}{d_{pr}+n})e^{-(d_{pr}+n)t}\right]}}$
$R(k_{gov})$	$\sqrt{\frac{\left[k_{gov\,0}e^{-(d_{gov}+n)t}+\frac{g^*+tx^*}{d_{gov}+n}\right]}{\left[(k_{gov\,0}-\frac{g^*+tx^*}{d_{pr}+n})e^{-(d_{gov}+n)t}\right]}}$
$R(m)$	$\sqrt{\frac{e^{-nt}\left[m_0+\int_0^t(sAk_{pr}{}^{\alpha}k_{gov}{}^{\beta}h^{\gamma}n_N{}^{\varphi}-(g+nm+i_{in}+i_{out}))e^{-nr}dr\right]+e^{-nt}m^*}{e^{-nt}\left[m_0+\int_0^t(sAk_{pr}{}^{\alpha}k_{gov}{}^{\beta}h^{\gamma}n_N{}^{\varphi}-(g+nm+i_{in}+i_{out}))e^{-nr}dr\right]-m^*}}$
$R(h)$	$\sqrt{\frac{\left[h_0e^{-nt}+\frac{Blk_{rd}{}^{*\upsilon}}{n}\right]}{\left[(h_0-\frac{Blk_{rd}{}^{*\upsilon}}{n})e^{-nt}\right]}}$

Практичні результати комп'ютерного моделювання числової міри економічного ризику. Перш за все розглянемо ризик еволюції економічної системи у розрізі розглянутих вище моделей у часовому вимірі (Рис. 1) на основі даних [17].

Розрахунок ризику на основі результатів моделювання економічного зростання показав суттєві відмінності залежно від обраної моделі. Найменший рівень ризику для приватного капіталу був зафіксований у багатовимірній авторській моделі. Це пояснюється значно меншою кількістю критичних та нереалістичних передумов порівняно з класичними моделями, адже авторська модель інтегрує ширший спектр факторів без жорсткого припущення про сталу норму заощаджень чи споживчі уподобання, що знижує структурну вразливість розрахунків ризику.

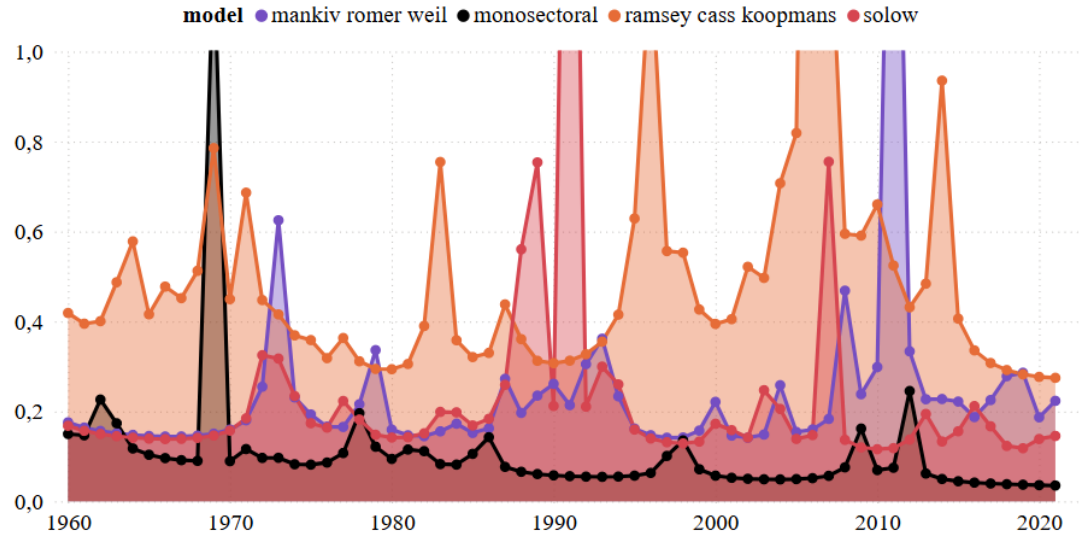

Рис 1. Середній ризик у розрізі моделей економічного зростання у часовому вимірі.

У моделі Солоу ризик був дещо вищим. Це пов'язано з її простотою: модель виходить з припущення про екзогенність темпів зростання населення та технологічного прогресу, що не дозволяє врахувати внутрішні шоки у розвитку економіки. Особливо помітне різке зростання ризику за цією моделлю відбулося наприкінці 1980-х – на початку 1990-х років, що пов'язано з масштабними структурними трансформаціями економік країн, що розвиваються, та переходом до ринкових систем.

Модель Менк'ю-Ромера-Вейла продемонструвала рівень ризику, співставний з моделлю Солоу, що зумовлено її основою на класичних припущеннях моделі Солоу з додаванням людського капіталу. Зростання ризику за цією моделлю спостерігалося на початку 2010-х років у зв'язку з глобальними структурними змінами ринку праці та ролі людського капіталу в умовах цифровізації.

Найбільший ризик було отримано за моделлю Ремсі-Касса-Купманса. Причиною цього є її методологічний підхід, який визначає заощадження як різницю між випуском та споживанням. Така концепція є недостатньо реалістичною для практичного застосування, оскільки ігнорує інституційні та ринкові обмеження, що регулюють динаміку заощаджень у сучасних економіках. Зростання ризику за цією моделлю особливо посилилося наприкінці 1990-х та протягом 2000-х років, досягнувши піку у 2008 році під впливом світової фінансової кризи.

Практично аналогічні результати було отримано для економіки України у плані ранжування моделей за ризиком (Рис. 2).

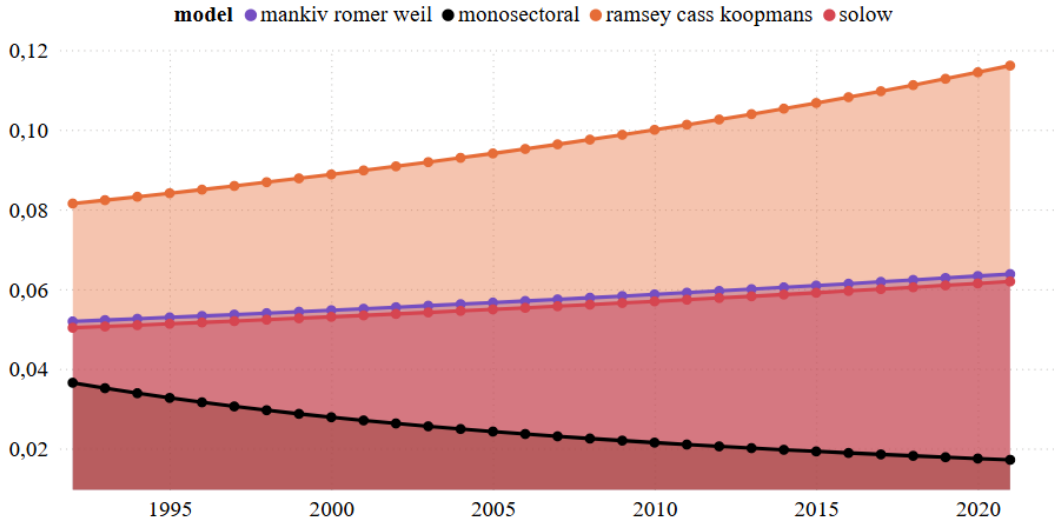

Рис 2. Ризик у розрізі моделей економічного зростання у часовому вимірі для економіки України.

Розрахунок ризику економічного зростання для України показав, що за моделями Солоу, Ремсі-Касса-Купманса та Менк'ю-Ромера-Вейла спостерігається зростаюча динаміка ризику: у моделі Солоу через її залежність від екзогенного технологічного прогресу та темпів приросту населення, що в українських умовах демонструють нестабільність; у моделі Менк'ю-Ромера-Вейла через високу чутливість до змін у рівні нагромадження людського капіталу, який в Україні характеризується відпливом кваліфікованої робочої сили; у моделі Ремсі-Касса-Купманса ризик зростає найсильніше, оскільки ця модель базується на припущенні про визначення заощаджень як різниці між випуском та споживанням, що не відповідає реаліям української економіки з її низькою схильністю до заощаджень та обмеженим інвестиційним потенціалом. Натомість, багатовимірна авторська модель показала мінімально спадний ризик завдяки включенню у розрахунок широкого спектру макроекономічних індикаторів (зокрема, фактичних потоків капіталу, динаміки продуктивності та інституційних змін) без жорстких екзогенних припущень, що дозволило адекватніше відобразити реальну структуру та адаптивність економіки України до внутрішніх і зовнішніх шоків.

Нестабільність економічної ситуації в Україні та складно прогнозовані процеси, такі як політичні кризи, воєнні дії, різкі зміни у зовнішньоекономічному середовищі та коливання валютного курсу, суттєво вплинули на результати розрахунку ризику за класичними моделями. Зокрема, модель Солоу через свою спрощену структуру не враховує ефекти інституційної та політичної нестабільності, що призводить до недооцінки реальних ризиків. Модель Менк'ю-Ромера-Вейла, попри інтеграцію людського капіталу, не відображає високої волатильності та міграційних

процесів, характерних для України. Найбільш чутливою виявилася модель Ремсі-Касса-Купманса, оскільки її припущення про оптимізацію споживання та заощаджень домогосподарствами в умовах стабільного розвитку суперечать реальній поведінці економічних агентів в умовах кризи, що значно посилило оцінений ризик. Таким чином, саме структурна нестабільність та багатофакторність економічної динаміки України стали ключовими причинами переоцінки ризику за цими моделями.

Розглянемо детально середній ризик по групам країн за розміром доходу (Рис. 3).

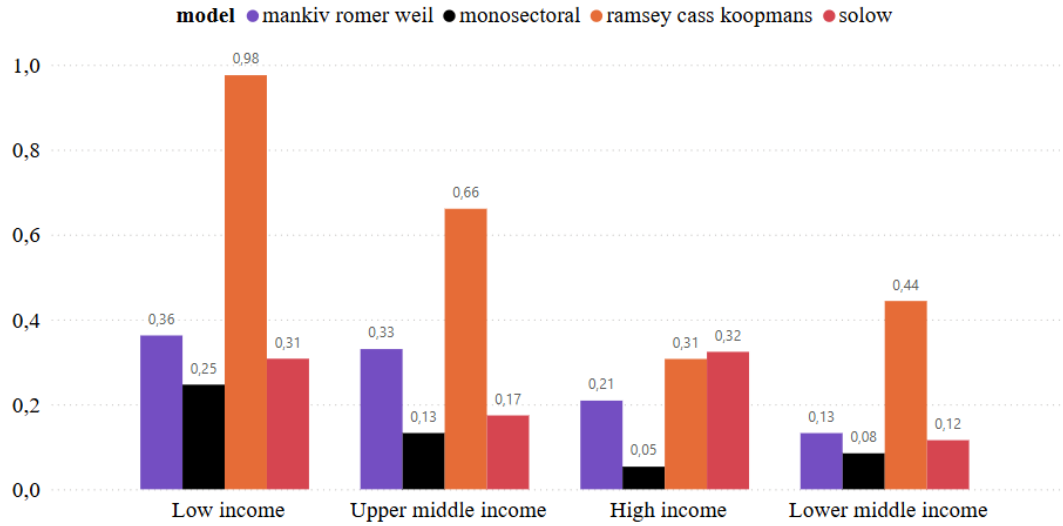

Рис 3. Середній ризик у розрізі моделей економічного зростання за групами країн по доходу.

Найвищий рівень ризику у всіх групах доходу (максимум 0,98 у країнах з низьким доходом) зумовлений методологічною особливістю моделі: визначення заощаджень як різниці між випуском та споживанням передбачає стабільну поведінку домогосподарств, сталу міжчасову оптимізацію та відсутність шоків. У країнах з низьким доходом ці припущення є найбільш відірваними від реальності через високий рівень бідності, нестабільність доходів населення та відсутність ефективних механізмів міжчасової переоцінки споживання. У країнах з високим доходом ризик менший (0,31), оскільки ринки капіталу більш розвинені, проте модель все одно залишається надто чутливою до коливань у споживанні, особливо під час криз, що й пояснює отримані результати.

Модель Менк'ю-Ромера-Вейла демонструє помірні рівні ризику (0,36 у країнах з низьким доходом та 0,13–0,33 у середньо- та високодохідних) пояснюються тим, що модель враховує людський капітал, що частково стабілізує прогнозування зростання. Проте у країнах з низьким доходом спостерігається підвищений ризик через слабкий розвиток освіти, відтік кваліфікованих кадрів та низьку якість людського капіталу, що робить параметри моделі нестабільними. У країнах з вищим

доходом ризик знижується завдяки кращій освітній та інноваційній інфраструктурі.

Модель Солоу показує схожі або трохи нижчі рівні ризику порівняно з моделлю Менк'ю-Ромера-Вейла: 0,31 у країнах з низьким доходом, 0,17 у країнах з вищим середнім доходом, оскільки у розвинених економіках фактори зростання виходять далеко за межі лише фізичного капіталу, і спрощення моделі призводить до втрати точності. Таким чином, відсутність урахування людського капіталу знижує ризик лише умовно, адже модель втрачає чутливість до реальних структурних змін економіки.

Найнижчі рівні ризику (наприклад, 0,05 для високорозвинених країн) обумовлені тим, що модель враховує фактичні дані та багатофакторну структуру економіки без жорстких екзогенних припущень про сталість технологічного прогресу чи норму заощаджень. Вона інтегрує макроекономічні індикатори, інституційні фактори, динаміку продуктивності та ринкові реалії, що дозволяє точно відображати економічну ситуацію навіть у країнах з нестабільними доходами. Саме це робить ризик цієї моделі мінімальним та злегка спадним у динаміці, адже вона є структурно гнучкішою та реалістичною.

В цілому подібні результати маємо при розгляді ризику у географічному розрізі (Рис. 4).

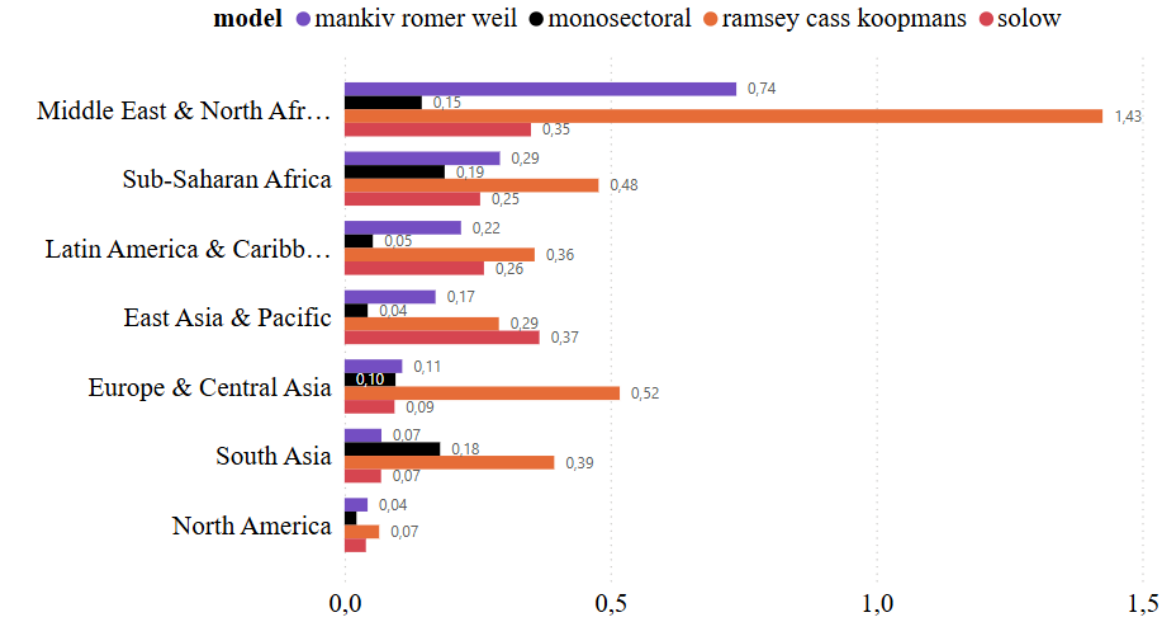

Рис 4. Середній ризик у розрізі моделей економічного зростання за географічним положенням.

Північна Африка та Близький Схід мають найбільші середні показники ризику економічного зростання, що безпосередньо пов'язано з їхньою структурою ресурсних економік, орієнтованих переважно на експорт нафти та газу. Така концентрація виробництва та доходів у сировинному секторі робить економічну динаміку цих регіонів вкрай залежною від світових цін на енергоресурси, які відзначаються високою волатильністю, особливо

під час глобальних криз чи геополітичної нестабільності. Крім того, значна частка державних витрат фінансується саме за рахунок доходів від експорту ресурсів, що створює додаткові фіскальні ризики у випадку зниження цін, зменшення видобутку або запровадження міжнародних санкцій, що в сукупності і формує підвищені середні показники ризику для цих країн у результатах моделювання.

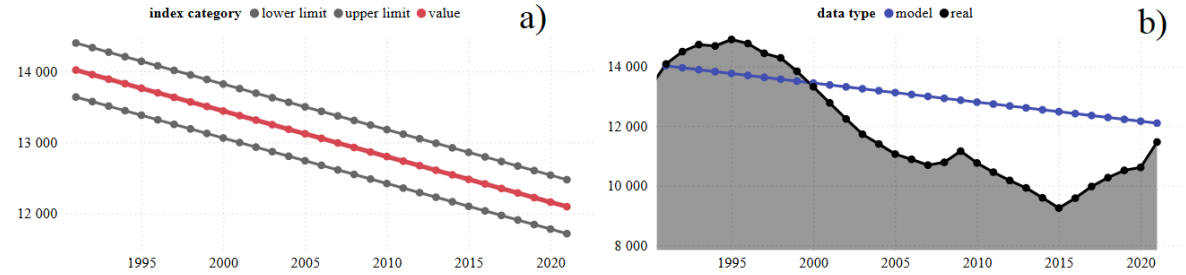

Рис 5. Модельні значення капіталомісткості, та її межі (a), порівняння модельних і реальних значень капіталомісткості (b) для моделі Солоу.

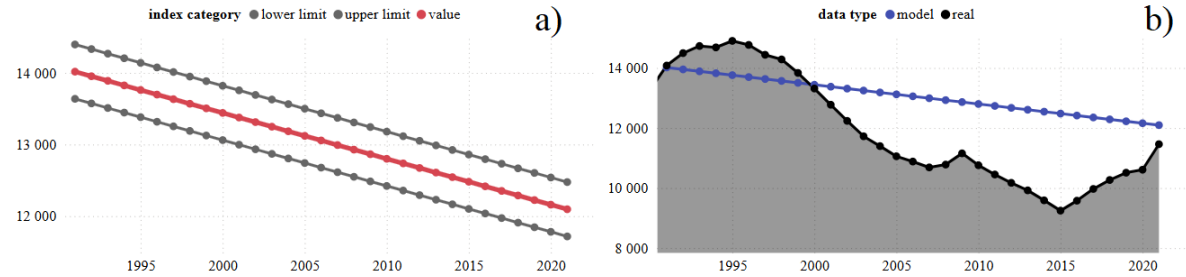

Рис 6. Модельні значення капіталомісткості, та її межі (a), порівняння модельних і реальних значень капіталомісткості (b) для моделі Ремсі-Касса-Купманса.

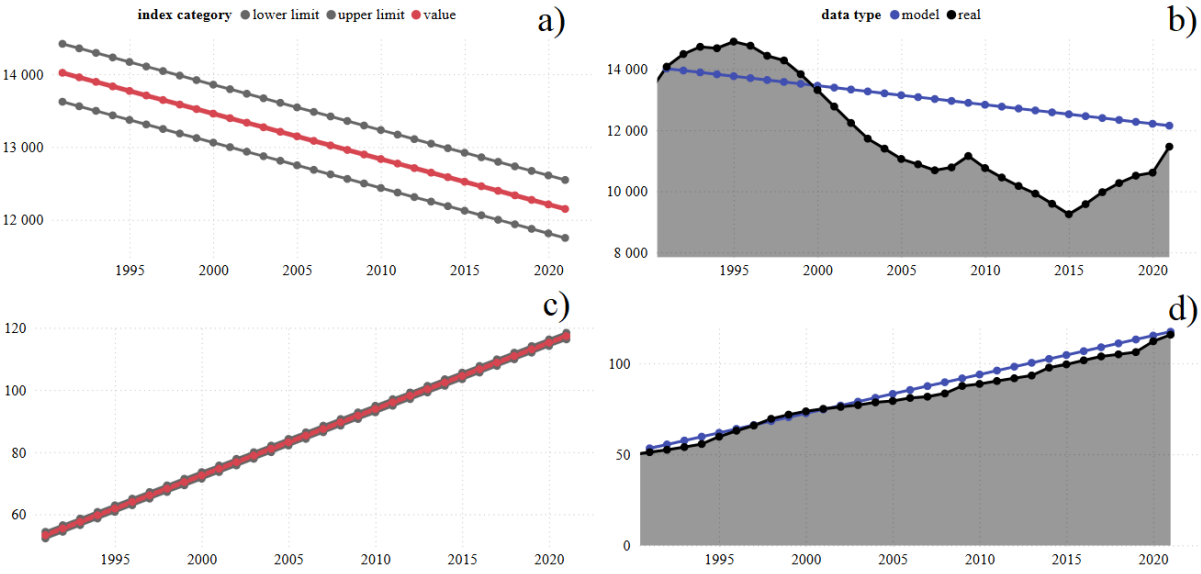

Рис 7. Модельні значення основних показників, та їх меж (a,c), порівняння модельних і реальних значень основних показників (b,d) для моделі Менк'ю-Ромера-Вейла.

На рисунках 5–7 зображено результати моделювання для економіки України. Загалом вони характеризуються подібними тенденціями для усіх моделей: спостерігається спадна динаміка капіталомісткості та зростаюча динаміка людського капіталу на одиницю праці.

Зниження капіталомісткості пояснюється зменшенням обсягів інвестицій у фізичний капітал через тривалу економічну нестабільність, девальвацію національної валюти та обмежений доступ до зовнішнього фінансування, що стримує оновлення основних засобів виробництва.

Зростання людського капіталу на одиницю праці зумовлене, з одного боку, скороченням чисельності зайнятих через демографічні та міграційні чинники, а з іншого – поступовим підвищенням середнього рівня освіти та професійної кваліфікації тих, хто залишається на ринку праці, що структурно підтягує показник людського капіталу. Такі результати є логічними в умовах трансформаційної економіки, де відбувається повільна деградація виробничої бази на тлі інвестиційної стагнації, але водночас зберігається позитивна динаміка розвитку людського потенціалу завдяки освітнім реформам, адаптації до ринкових умов та інтенсивнішому використанню знань у структурі доданої вартості.

Щодо авторської багатовимірної моделі з більшою кількістю параметрів (Рис. 8), то окрім зазначених тенденцій спадної динаміки приватної капіталомісткості та зростання людського капіталу, можна спостерігати також зростання публічної капіталомісткості. Це зумовлено тим, що у моделі враховано окремо державний капітал, інвестиції у інфраструктуру, оборону, безпеку та інші публічні активи, частка яких в економіці України постійно зростає у відповідь на виклики війни та реалізацію програм міжнародної допомоги.

Натомість приватна капіталомісткість продовжує падати аналогічно іншим моделям через обмежені можливості внутрішнього бізнесу інвестувати у фізичний капітал в умовах високих ризиків, інфляції та нестачі фінансування.

Водночас, загальні заощадження на одиницю праці демонструють тенденцію до зростання, що відображає як скорочення чисельності зайнятих (зменшення знаменника), так і посилення ролі державних та інституційних заощаджень, зокрема у вигляді зовнішньої фінансової підтримки та фіскальної консолідації, що частково компенсує нестачу приватних заощаджень в економіці.

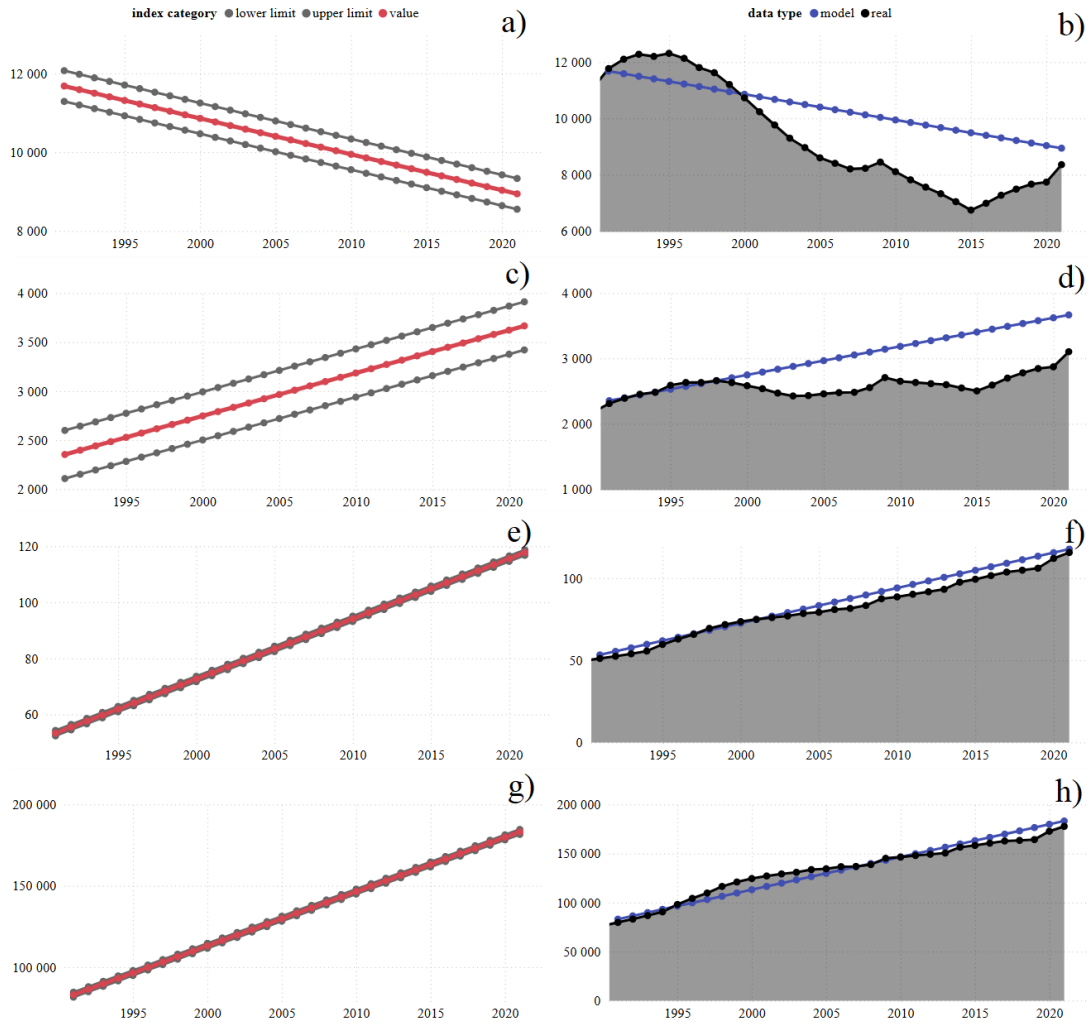

Рис 8. Модельні значення основних показників, та їх меж (a, c, e, g), порівняння модельних і реальних значень основних показників (b, d, f, h) для авторської моделі.

Далі порівняно ризик економічного зростання для України з певними групами країн світу (Рис. 9-12). Для початку порівняємо з країнами Східної Європи (Рис. 9).

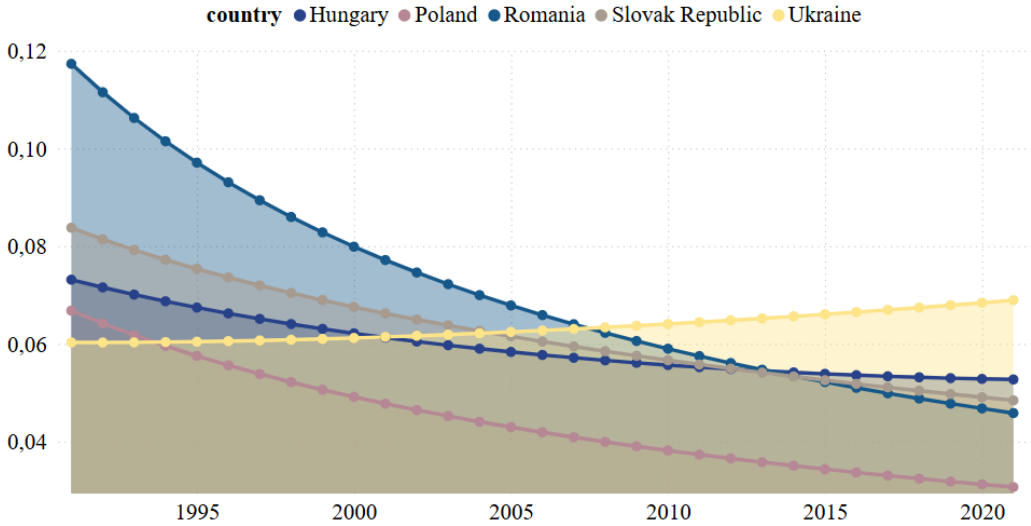

Рис 9. Середній ризик у розрізі вибірки країн Східної Європи у часовому вимірі.

Згідно з Рис. 9, у 1990-ті роки Україна мала значно менший рівень ризику економічного зростання порівняно з більшістю країн-сусідів, таких як Польща, Румунія, Угорщина чи Словаччина. Це пояснюється тим, що на початку 1990-х українська економіка залишалася значною мірою інерційною, із збереженням радянських виробничих зв'язків, централізованого планування, низької відкритості та зовнішньоторговельної інтеграції, що тимчасово знижувало оцінений ризик у моделях, чутливих до ринкових шоків та структурних змін.

Тоді як країни Центральної Європи вже активно проводили економічні реформи, лібералізацію цін, приватизацію та відкриття ринків, що супроводжувалося високою невизначеністю та зростанням ризику у короткостроковій перспективі. Проте у подальші роки ситуація кардинально змінилася: в Україні ризиковість зростала через відсутність системної ринкової трансформації, хронічну політичну нестабільність, слабкі інститути власності та численні кризи, тоді як у Польщі, Угорщині, Словаччині та Румунії проведені реформи сприяли підвищенню ефективності економік, стабілізації макропоказників та суттєвому зниженню економічних ризиків, а також країни стали членами ЄС, що також мало свій значний вплив.

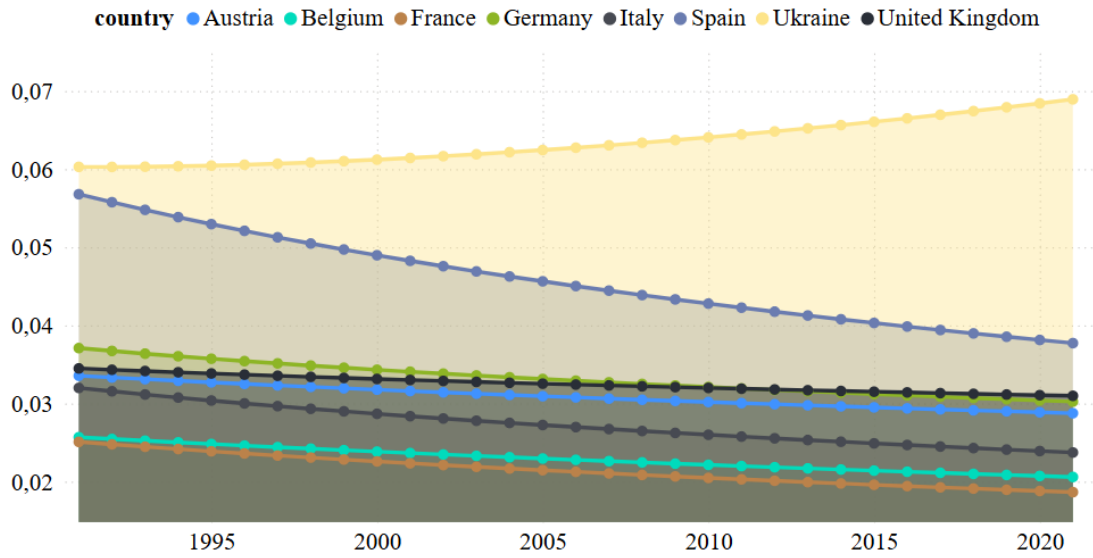

Рис 10. Середній ризик у розрізі вибірки країн Західної Європи у часовому вимірі.

Країни Західної Європи у порівнянні з Україною мають значно нижчий рівень ризику економічного зростання через комплекс структурних, економічних і інституційних факторів. По-перше, ці країни характеризуються більш стабільною політичною системою, що створює передбачуване середовище для інвестицій і довгострокового планування. По-друге, Західноєвропейські держави мають розвинену інфраструктуру, високу якість людського капіталу та інноваційний потенціал, що забезпечує стійкість їх економік навіть у періоди глобальних криз.

По-третє, ефективна система регулювання фінансового сектору та соціальних гарантій мінімізує волатильність і підвищує адаптивність економіки до зовнішніх і внутрішніх шоків. Крім того, рівень диверсифікації економіки у цих країнах значно вищий, що знижує залежність від окремих секторів і товарів, на відміну від України, де економіка часто залишається більш вузькоспеціалізованою та вразливою до зовнішніх коливань.

Проте навіть серед розвинених країн існують значні відмінності у рівні ризику економічного зростання. Наприклад, Іспанія має значно вищий рівень ризику порівняно з іншими країнами Західної Європи, хоча цей ризик поступово зменшується. Це зумовлено низкою чинників, серед яких — історично високий рівень безробіття, особливо серед молоді, що обмежує внутрішній попит та стабільність соціальної системи, економіка Іспанії залишається більш залежною від окремих секторів, зокрема туризму, який є вразливим до зовнішніх шоків, таких як пандемії або коливання світового попиту, також проблеми в банківському секторі та високий рівень державного боргу в певні періоди посилювали невизначеність і ризики для економіки. Однак завдяки структурним реформам, підвищенню ефективності інституцій і зростанню конкурентоспроможності ці ризики поступово знижуються.

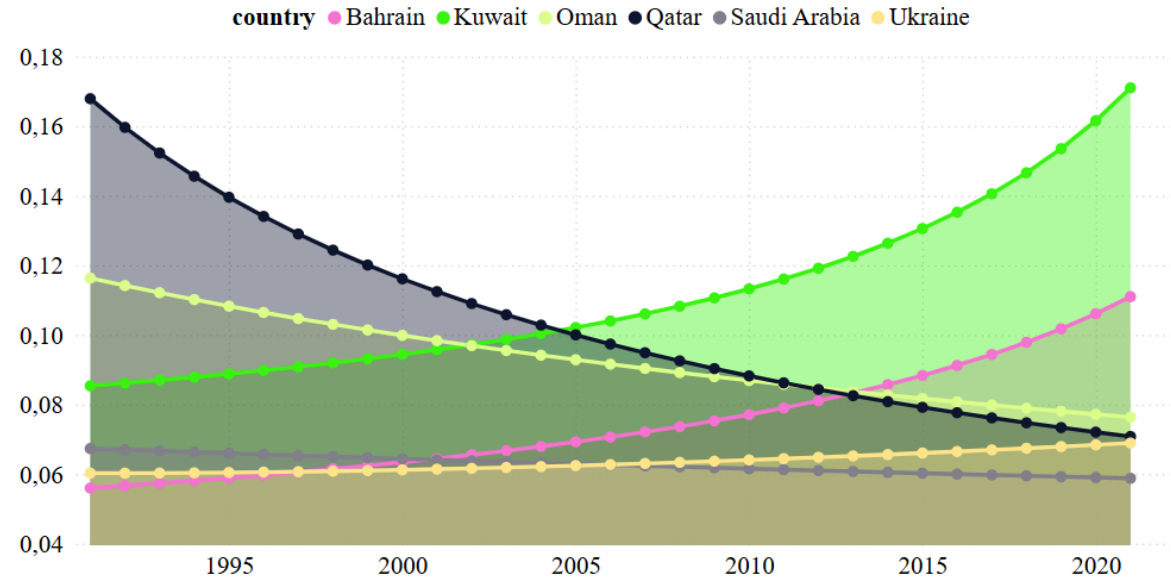

Рис 11. Середній ризик у розрізі вибірки нафтовидобувних країн у часовому вимірі.

При порівнянні з нафтовидобувними країнами (Рис. 11) стає очевидним, що вони в середньому мають значно вищий рівень ризику економічного зростання порівняно з Україною. Це пов'язано з високою залежністю їх економік від світових цін на нафту, які є дуже волатильними та піддаються впливу геополітичних факторів.

Зокрема, у країнах, таких як Кувейт і Бахрейн, ризик зростає з часом через зниження запасів

нафти, а також через необхідність диверсифікації економіки в умовах поступового переходу до сталого розвитку і зменшення глобального попиту на викопне паливо.

Також, нафтові країни часто стикаються з викликами управління великими державними доходами, що може призводити до нестабільності у фінансовій системі та політичних ризиків. Все це ускладнює підтримку стабільного економічного зростання і збільшує загальний рівень ризику у порівнянні з більш диверсифікованою економікою України. При чому, навіть політична нестабільність України не компенсує усіх ризиків.

Серед розглянутих нафтовидобувних країн лише Саудівська Аравія демонструє нижчий рівень ризиків економічного зростання порівняно з Україною. Це пояснюється масштабністю її економіки, високими запасами нафти та більш ефективною стратегією управління ресурсами, що забезпечує стабільніші доходи державного бюджету.

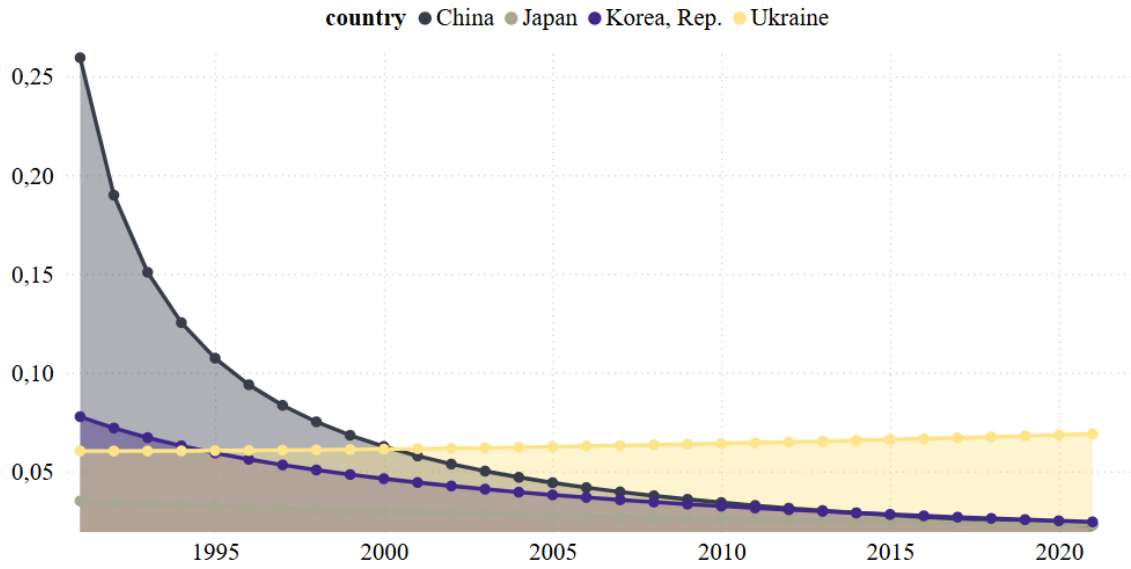

Рис 12. Середній ризик у розрізі вибірки розвинених країн Азії у часовому вимірі.

Ризики для економіки Японії (Рис. 12) знаходяться приблизно на рівні країн Західної Європи, що свідчить про високий ступінь стабільності та передбачуваності її економічного розвитку. Це зумовлено міцною інституційною системою, технологічним розвитком, диверсифікованою економікою та ефективним управлінням фінансами. Натомість ризики для економіки Китаю (Рис. 12) у 1990-і роки були більш ніж у п'ять разів вищими за ризики України, що відображало значну нестабільність, перехідну економіку та швидкі, але нерівномірні темпи розвитку. Проте за останні десятиліття Китай значно зміцнив свої економічні позиції: посилив інституційні механізми, розвинув промисловість і фінансовий сектор, а також розширив внутрішній ринок. В результаті, наразі рівень ризиків для економіки Китаю майже

зрівнявся з рівнем ризиків економіки Японії, демонструючи помітне зниження нестабільності та підвищення економічної стійкості.

Висновки. У статті досліджено теоретичні основи та практичні методи визначення стаціонарного стану економіки, аналізу її зростання і оцінювання ризиків. Розглянуто класичні моделі економічного розвитку та запропоновано кількісну оцінку ризику на основі відхилень від рівноважної траєкторії, що допомагає оцінити стійкість економіки та вплив ризиків на інвестиції й стабільність. У якості методології для оцінки ступеня ризику запропоновано підхід покоординатного розрахунку відношення максимальної та мінімальної меж аналітичного розв'язку моделей економічного зростання.

Практичний розрахунок ризику на основі різних моделей економічного зростання виявив суттєві відмінності. Найнижчий рівень ризику для приватного капіталу зафіксовано у багатовимірній авторській моделі, що пояснюється меншою кількістю критичних припущень і врахуванням ширшого спектра факторів без жорстких допущень про норму заощаджень чи споживчі уподобання, що знижує вразливість оцінок. У моделі Солоу ризик був вищим через її простоту й екзогенні темпи зростання населення і технологій, що не враховує внутрішні шоки. Особливо різке зростання ризику за цією моделлю спостерігалося наприкінці 1980-х – початку 1990-х років через структурні зміни в економіках, що переходили до ринку. Модель Менк'ю-Ромера-Вейла показала ризик, близький до Солоу, оскільки базується на класичних припущеннях з додаванням людського капіталу. Зростання ризику тут спостерігалося на початку 2010-х у зв'язку з трансформаціями ринку праці та цифровізацією. Найвищий ризик дала модель Ремсі-Касса-Купманса, через методологію, яка визначає заощадження як різницю між випуском і споживанням, ігноруючи інституційні та ринкові обмеження. Ризик за цією моделлю зростав у 1990-х – 2000-х роках і досяг піку у 2008 році під впливом світової фінансової кризи.

Нестабільність економічної ситуації в Україні та складно прогнозовані процеси, такі як політичні кризи, воєнні дії, різкі зміни у зовнішньоекономічному середовищі та коливання валютного курсу, негативно вплинули на результати розрахунку економічного ризику. У порівнянні з сусідніми країнами, які на початку періоду моделювання проходили складні реформи з високою невизначеністю, вони значно знизили ризики завдяки реформам і інтеграції в ЄС. Країни Західної Європи та інші високорозвинені країни мають значно нижчий ризик завдяки стабільній політиці, розвиненій інфраструктурі, високій якості людського капіталу та диверсифікованій економіці. Нафтовидобувні країни мають вищий ризик через залежність від волатильних цін на нафту,

зниження запасів і необхідність диверсифікації. Велика кількість країн Африки, Азії та Океанії мають високі ризики через рівень бідності, політичні ризики, погано диферсифікованої економіки тощо.

У подальших дослідженнях планується розширити застосування покоординатного підходу до оцінки ризику економічного зростання шляхом включення більш складних моделей з урахуванням стохастичних факторів та структурних змін в економіці. Особлива увага буде приділена аналізу впливу зовнішніх шоків і нерівномірності розвитку секторів на формування траєкторій зростання та їх стабільність. Крім того, передбачається інтеграція емпіричних даних для валідації аналітичних меж і уточнення параметрів ризикових оцінок з метою підвищення їх практичної значущості для прогнозування економічної динаміки.

References

Vitlinskyi, V. V., & Velykoivanenko, H. I. (2004). Riskiology in economics and entrepreneurship: Monograph. Kyiv: KNEU. https://kneu.edu.ua/ua/science_kneu/scientific_schools/mtrve/mtrve_praci/mtrve_prazi/ruzvecontp/

Kohlscheen, E., & Nakajima, J. (2019). Steady-State Growth. SSRN Electronic Journal. https://doi.org/10.2139/ssrn.3441620

Mautinović, I., Ulanowicz, R. E., & Vlah, D. (2023). Exploring theoretical conditions for a steady-state global economy: A simulation model. The Anthropocene Review. https://doi.org/10.1177/20530196231170369

Andrle, M., & Hunt, B. L. (2020). Model-Based Globally-Consistent Risk Assessment. International Monetary Fund.

Wang, W., Wei, K., Kubatko, O., Piven, V., Chortok, Y., & Derykolenko, O. (2023). Economic Growth and Sustainable Transition: Investigating Classical and Novel Factors in Developed Countries. Sustainability, 15(16), 12346. https://doi.org/10.3390/su151612346

Klimek, P., Poledna, S., & Thurner, S. (2019). Quantifying economic resilience from input–output susceptibility to improve predictions of economic growth and recovery. Nature Communications, 10(1). https://doi.org/10.1038/s41467-019-09357-w

Solow R. M. (1956), A Contribution to the Theory of Economic Growth. The Quarterly Journal of Economics. 1(70), 65-94. https://doi.org/10.2307/1884513

Solow R. M. (1957). Technical Change and the Aggregate Production Function. The Review of Economics and Statistics, 3(39), 312-320. https://doi.org/10.2307/1926047

Swan T. W. (1956). Economic growth and capital accumulation. The Economic Record, 2(32), 334-361. https://doi.org/10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x

Ramsey F. P. (1929). A mathematical theory of saving. The Economic Journal, 38(152), 543-559. https://doi.org/10.2307/2224098

Cass, D. (1965). Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. The Review of Economic Studies, 32(3), 233–240. https://doi.org/10.2307/2295827

Koopmans, T.C. (1963). On the Concept of Optimal Economic Growth. Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, Discussion Paper, No. 163. https://elischolar.library.yale.edu/cowles-discussion-paper-series/392

Mankiw, G., Romer, D., Weil, D. (1992). Contribution to the Empirics of Economic Growth. The Quarterly Journal of Economics, 107(2), 407–437. https://doi.org/10.2307/2118477

Kolyada Yu., Poznyak S., Ramskyi A., Shevchenko S. (2024). Adaptation Applying of Economic Growth Theoretical Models, Digit. Econ. Concepts Technol. Workshop 2024, 22–35, https://ceur-ws.org/Vol-3665/paper3.pdf.

Kolyada Y., Poznyak S. (2024). Adaptive Model of Economic Growth for an Open Economy. National interests of Ukraine, 2(2). https://doi.org/10.52058/3041-1793-2024-2(2)-267-286

Kolyada Y., Poznyak S. (2024). Adaptive Model of Open Economy Growth. The theory of modernization in the context of modern world science. https://doi.org/10.62731/mcnd-02.08.2024.001

World Bank (2023). World Bank. Retrieved January 1 2025, from https://data.worldbank.org/